

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
*Математических методов исследования операций*  
Азарнова Т.В.  
22.04.2022



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.14 Дискретная математика**

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

**2. Профиль подготовки/специализация:** Все профили

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра математических методов исследования операций

**6. Составители программы:** Бондаренко Ю.В., д.т.н., доцент, профессор кафедры математических методов исследования операций

**7. Рекомендована:** НМС факультета Прикладной математики, информатики и механики, протокол №8 от 15.04.2022

**8. Учебный год:** 2022/2023

**Семестр(ы):** 1,2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины являются:* изучении и практическом освоении основных разделов дискретной математики – дисциплины, которая является базовой для формирования математической культуры современного специалиста в области моделирования и информационных технологий.

*Задачи учебной дисциплины:* формирование терминологической базы, а также представления об алгоритмических основах дискретной математики; ознакомление с важнейшими разделами дискретной математики и ее применением для представления информации и решения задач теоретической информатики; ознакомление студентов с методами дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов некоторых классов практических задач.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и навыкам, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Дисциплина «Дискретная математика» относится к обязательной части блока Б1 дисциплин учебного плана.

Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Алгебра», «Математический анализ», «Информатика и программирование» и является базовым курсом программы подготовки бакалавра.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Демонстрирует знания, относящиеся к базовым дисциплинам математики, информатики и естественных наук.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- основные понятия и общие закономерности, на которые опираются основные разделы дискретной математики, связанные с теорией множеств, алгеброй логики, теорией алгоритмов, теорией графов;</li><li>- классы типовых задач, решаемых методами дискретной математики.</li></ul> <p><b>Уметь:</b></p> <p>использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики при изучении курса и уметь применять полученные знания по дискретной математике для решения теоретических и практических задач, связанных с построением алгоритмов, изучением принципов работы ЭВМ, доказательствами теорем, применением комбинаторных формул, исследованием алгебраических структур.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>методикой доказательства фактов, решения проблем разделов дискретной математики, базирующейся на знаниях основных фактов, концепций, понятий математики и информатики; навыками применения основных результатов</p>

			дискретной математики к решению теоретических и практических задач.
	ОПК-1.3	Использует современные математические инструментальные средства для решения поставленной задачи, анализирует и интерпретирует результаты	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Современные инструментальные средства дискретной математики, включая методы комбинаторики и математической логики, теорию алгоритмов, прикладную теорию графов;</li> <li>- основные классы теоретических и прикладных задач, решаемые методами дискретной математики</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять современный математический аппарат в различных разделах дискретной математики, совершенствовать доказательства основных фактов и подходы к решению задач дискретной математики;</li> <li>- использовать современный аппарат дискретной математики в целях обработки исследуемых явлений в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>- анализировать и интерпретировать результаты полученных решений;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Навыками использования и выбора инструментальных средств дискретной математики для решения задач в области информатики, экономики, теории алгоритмов и т.п.;</li> <li>- навыками обработки и интерпретации результатов решения практических и теоретических дискретных задач.</li> </ul>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 8/288.

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) экзамен (1 семестр), экзамен (2 семестр)

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		1	2	
Контактная работа	128	64	64	
в том числе:	лекции	64	32	32
	практические	64	32	32
	лабораторные			
	курсовая работа			
Самостоятельная работа	88	44	44	
Промежуточная аттестация	72	36	36	
Итого:	288	144	144	

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Предмет, история и перспективы развития дискретной математики	Понятие дискретной математики. Основные разделы. История и перспективы развития дискретной математики.
1.2	Элементы теории конечных множеств и отношений	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера –Венна.</li> <li>2. Свойства операций над множествами.</li> <li>3. Прямое произведение множеств. Мощность прямого произведения конечных множеств.</li> <li>4. Отношения. Способы задания отношений.</li> <li>5. Операции над отношениями.</li> <li>6. Свойства бинарных отношений.</li> <li>7. Отношение эквивалентности, разбиение множества на классы. Связь между ними.</li> <li>8. Отношение порядка. Частично и линейно упорядоченные множества. Диаграмма Хассе.</li> <li>9. Функциональные отношения и отображения множеств. Свойства отображений. Мощность множества.</li> <li>10. Булеан конечного множества. Мощность булеана.</li> <li>11. Применение теории множеств и отношений к реляционной модели данных.</li> </ol>
1.3	Комбинаторика	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные правила комбинаторики.</li> <li>2. Перестановки, размещения и сочетания.</li> <li>3. Основные типы комбинаторных задач.</li> <li>4. Свойства сочетаний. Бином Ньютона.</li> <li>5. Формула включений и исключений.</li> <li>6. Рекуррентные соотношения, числа Фибоначчи.</li> <li>7. Понятие о производящих функциях.</li> </ol>
1.4	Алгебра высказываний. Булевы функции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие высказывания. Логические значения высказываний. Операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция, стрелка Пирса, штрих Шеффера, сложение по модулю два).</li> <li>2. Пропозициональная формула. Конкретизация формулы. Теорема о логическом значении составного высказывания.</li> <li>3. Классификация формул алгебры высказываний (выполнимые, тавтологии, опровержимые, тождественно ложные). Теоремы об основных тавтологиях.</li> <li>4. Понятие равносильных формул. Логическое следствие.</li> <li>5. Правила логических умозаключений. Доказательства. Аксиоматические теории.</li> <li>6. Булевы функции. Способы задания булевых функций. Равные функции.</li> <li>7. Двойственные функции. Принцип двойственности.</li> <li>8. Элементарная дизъюнкция. Дизъюнктивная нормальная форма. Теорема о представлении функций в виде СДНФ.</li> <li>9. Элементарная конъюнкция. Конъюнктивная нормальная форма. Теорема о представлении булевой функции в виде СКНФ.</li> <li>10. Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Метод Квайна нахождения МДНФ.</li> <li>11. Полином Жегалкина.</li> <li>12. Определение замыкания. Свойства замыкания. Замкнутые классы (T0, T1, S, M, L).</li> <li>13. Полная система булевых функций. Теорема о полноте двух систем.</li> <li>14. Теорема о функциональной полноте. Базис.</li> <li>15. Релейно-контактные схемы (РКС). Основные задачи теории РКС.</li> </ol>
1.5	Логика предикатов	1. Понятие предиката. Классификация предикатов.

		<p>2. Кванторы общности и существования предикатов.</p> <p>3. Формулы логики предикатов (определение, примеры, замкнутые, открытые формулы, тавтологии, выполняемая, тождественно истинная (ложная) формула).</p> <p>4. равносильные формулы. Основные равносильности формул логики предикатов.</p> <p>5. Приведенная форма для формул логики предикатов. Теорема о существовании приведенной формы.</p> <p>6. Предваренная нормальная форма. Теорема о существовании предваренной нормальной формы</p>
1.6	Элементы теории алгоритмов	<p>1. Понятие алгоритма. Требования, предъявляемые к алгоритмам.</p> <p>2. Описание машины Тьюринга.</p> <p>3. Вычисления функций на машине Тьюринга. Алгоритмически неразрешимые проблемы.</p> <p>4. Рекурсивные функции. Прimitивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Классы рекурсивных функций.</p> <p>5. Тезисы Тьюринга и тезис Черча.</p> <p>6. Нормальный алгоритм Маркова.</p>
1.7	Теория графов	<p>1. Понятие графа. Способы задания графов.</p> <p>2. Операции над графами.</p> <p>3. Дерево. Кратчайшее остовное дерево графа.</p> <p>4. Метрические характеристики графа.</p> <p>5. Задачи о кратчайшем и критическом пути. Связь с задачами сетевого управления.</p> <p>6. Основные числа теории графов.</p> <p>7. Эйлеровы графы.</p> <p>8. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе. Основные обобщения.</p> <p>9. Основные прикладные задачи теории графов (Обзор).</p>
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Элементы теории конечных множеств и отношений	<p>1. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера –Венна.</p> <p>2. Свойства операций над множествами.</p> <p>3. Прямое произведение множеств. Мощность прямого произведения конечных множеств.</p> <p>4. Отношения. Способы задания отношений.</p> <p>5. Операции над отношениями.</p> <p>6. Свойства бинарных отношений.</p> <p>7. Отношение эквивалентности, разбиение множества на классы. Связь между ними.</p> <p>8. Отношение порядка. Частично и линейно упорядоченные множества. Диаграмма Хассе.</p> <p>9. Мощность множества.</p>
2.2	Комбинаторика	<p>1. Основные правила комбинаторики.</p> <p>2. Перестановки, размещения и сочетания.</p> <p>3. Основные типы комбинаторных задач.</p> <p>4. Формула включений и исключений.</p> <p>5. Рекуррентные соотношения.</p> <p>6. Решение комбинаторных задач с помощью производящих функций.</p>
2.3	Алгебра высказываний. Булевы функции	<p>1. Понятие высказывания. Логические значения высказываний. Операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция, стрелка Пирса, штрих Шеффера, сложение по модулю два).</p> <p>2. Булевы функции. Способы задания булевых функций. Равные функции.</p> <p>3. Двойственные функции. Принцип двойственности.</p> <p>4. Элементарная дизъюнкция. Дизъюнктивная нормальная</p>

		<p>форма. Теорема о представлении функций в виде СДНФ.</p> <p>5. Элементарная конъюнкция. Конъюнктивная нормальная форма. Теорема о представлении булевой функции в виде СКНФ.</p> <p>6. Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Метод Квайна нахождения МДНФ.</p> <p>7. Полином Жегалкина.</p> <p>8. Замкнутые классы.</p> <p>9. Проверка полноты системы. Определение базиса полной системы.</p> <p>10. Релейно-контактные схемы (РКС). Основные задачи теории РКС.</p>
2.4	Логика предикатов	<p>1. Логические операции над предикатами.</p> <p>2. Кванторы общности и существования предикатов.</p> <p>3. Равносильные формулы. Основные равносильности формул логики предикатов.</p> <p>4. Приведенная форма для формул логики предикатов.</p>
2.5	Элементы теории алгоритмов	<p>1. Построение машины Тьюринга</p> <p>2. Вычисления функций на машине Тьюринга. Алгоритмически неразрешимые проблемы.</p> <p>3. Рекурсивные функции. Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Классы рекурсивных функций.</p>
2.6	Теория графов	<p>1. Понятие графа. Способы задания графов.</p> <p>2. Операции над графами.</p> <p>3. Дерево. Кратчайшее остовное дерево графа.</p> <p>4. Метрические характеристики графа.</p> <p>5. Задачи о кратчайшем и критическом пути. Связь с проблемами сетевого управления.</p> <p>6. Основные числа теории графов.</p> <p>7. Потоки в сетях. Определение максимального потока и минимального разреза.</p> <p>10. Основные прикладные задачи теории графов.</p>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Предмет, история и перспективы развития дискретной математики	1			2	3
2	Элементы теории конечных множеств и отношений	9	10		10	29
3	Комбинаторика	11	11		16	38
4	Алгебра высказываний. Булевы функции	11	11		16	38
5	Логика предикатов	10	10		12	32
6	Элементы теории алгоритмов	11	11		16	38
7	Теория графов	11	11		16	38
	Итого:	64	64		88	216

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: указание наиболее сложных разделов, работа с конспектами лекций, презентационным материалом, рекомендации по выполнению курсовой работы, по организации самостоятельной работы по дисциплине и др)

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Дискретная математика». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как дополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является неотъемлемой частью образовательного процесса.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой, со своими теоретическими и методическими подходами. Студенту важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы.. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдет формы и способы реагирования на вопросы студентов.

Для облегчения процесса усвоения лекционного материала в конце каждой лекции студентам дается перечень теоретических вопросов, которые должны быть подготовлены к практическому занятию. Кроме того, предлагается самостоятельно решить ряд теоретических задач.

#### Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Методологические рекомендации призваны помочь студентам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций и семинарских занятий, литературы по общим и специальным вопросам. Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретенные во время обучения в средней школе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество. Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

#### Методические рекомендации по подготовке к экзамену

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

#### Методические рекомендации при использовании дистанционных образовательных технологий

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Поликанова, И. В. Дискретная математика : учебное пособие / И. В. Поликанова. — Барнаул : АлтГПУ, 2020. — 168 с. — ISBN 978-5-88210-968-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/176480">https://e.lanbook.com/book/176480</a>
2	Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-4284-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/118616">https://e.lanbook.com/book/118616</a>
3	Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд. — Новосибирск : НГТУ, 2016. — 280 с. — ISBN 978-5-7782-2820-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/118335">https://e.lanbook.com/book/118335</a>
4	Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1386-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168465">https://e.lanbook.com/book/168465</a>
5	Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-2908-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/169172">https://e.lanbook.com/book/169172</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
6	Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 364 с. — ISBN 978-5-8114-4998-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/130477">https://e.lanbook.com/book/130477</a>
7	Кувайскова, Ю. Е. Алгоритмы дискретной математики : учебное пособие / Ю. Е. Кувайскова. — Ульяновск : УлГТУ, 2017. — 99 с. — ISBN 978-5-9795-1635-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/165014">https://e.lanbook.com/book/165014</a>
8	Шевелев, Ю. П. Прикладные вопросы дискретной математики : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 356 с. — ISBN 978-5-8114-2762-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/169034">https://e.lanbook.com/book/169034</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
9	ЭБС Университетская библиотека on-line Режим доступа: <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
10	ЭБС Лань. Режим доступа: <a href="http://www.e.lanbook.com">http://www.e.lanbook.com</a>
11	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online (доступ осуществляется по адресу: <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a> );
12	Электронная библиотека ВГУ <a href="https://www.lib.vsu.ru/">https://www.lib.vsu.ru/</a>
13	Математическая логика / МФТИ – НПОО.– Режим доступа: <a href="https://openedu.ru/course/spbstu/MATLOG/">https://openedu.ru/course/spbstu/MATLOG/</a>
14	Математическая логика. Политехнический взгляд / СПбПУ – Coursera – Режим доступа: <a href="#">Математическая логика. Политехнический взгляд   Coursera</a>
15	Методы и алгоритмы теории графов / Университет ИТМО 3.– НПОО.- Режим доступа: <a href="https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/AGRAPH/10236">https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/AGRAPH/10236</a> Методы и средства
16	Дискретная математика (ПМИ, ФИИТ)/ Ю.В. Бондаренко.– – Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="#">Курс: Дискретная математика (ПМИ, ФИИТ) (vsu.ru)</a>



**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, подготовку к промежуточной аттестации. Для этого рекомендуется освоить теоретический материал, соответствующих тем, по конспектам лекций и презентационному материалу, размещенному на ЭО ресурсах, литературу из представленного ниже перечня, материалы с тематических ресурсов сети Интернет.

№ п/п	Источник
1	Бельмесова, С. С. Практикум по дискретной математике : учебно-методическое пособие / С. С. Бельмесова. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2018. — 34 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/144611">https://e.lanbook.com/book/144611</a>
2	Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/169071">https://e.lanbook.com/book/169071</a>
3	Моисеенкова, Т. В. Дискретная математика в примерах и задачах : учебное пособие / Т. В. Моисеенкова. — Красноярск : СФУ, 2018. — 132 с. — ISBN 978-5-7638-3967-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/157583">https://e.lanbook.com/book/157583</a>
4	Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию : учебное пособие / И. В. Бабичева. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1456-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168563">https://e.lanbook.com/book/168563</a>

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс «Дискретная математика (ПМИ, ФИИТ)», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет;
- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice), Free Pascal (свободное и/или бесплатное ПО), Microsoft Visual Studio Community Edition (свободное и/или бесплатное ПО).

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Аудитория должна быть оборудована: учебная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование.

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

## **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Предмет, история и перспективы развития дискретной математики	ОПК-1	ОПК-1.3	Опрос
2.	Элементы теории конечных множеств и отношений	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 1
3	Комбинаторика	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 1
4	Алгебра высказываний. Булевы функции	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 2
5	Логика предикатов	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 3
6	Элементы теории алгоритмов	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 3
7	Теория графов	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.3	Контрольная работа 4, Практико-ориентированные задания.
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен (1 сем), экзамен (2 сем)				Перечень вопросов1, Перечень вопросов 2 Практические задания1, Практические задания 2

## **20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

### **20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- Домашние задания;
- Практико-ориентированные задания;
- Контрольные работы;
- Устный опрос.

### **Контрольные работы**

#### **Контрольная работа № 1 (типовой вариант)**

№1. Докажите:  $A \subseteq B \cup K \Leftrightarrow A \setminus B \subseteq K$

№2. Какими свойствами (рефлексивность, симметричность, транзитивность, антисимметричность) обладает бинарное отношение  $\rho$  (объяснить), а какими не обладает (привести контрпримеры)?. Можно ли  $\rho$  отнести к специальным бинарным отношениям (отношениям эквивалентности, порядка)?

$$\rho = \{(x, y) \in R \times R : (x - y) \in Z\}.$$

№3. В отделе НИИ работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один ин. язык. 6 знают английский, 6 – немецкий, 7 – французский. 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский. Один человек знает все три языка. Сколько человек работает в отделе? Сколько знают только немецкий?

№4. Сколькими способами можно разбить 30 рабочих на 3 бригады по 10 человек? На 10 групп по 3 человека в каждой? (порядок внутри групп и порядок самих групп не важен).

№5. У мамы  $m$  яблок и  $n$  груш. Каждый день в течение  $(m+n)$  дней подряд она выдает сыну по 1 фрукту. Сколькими способами это может быть сделано? (фрукты одного вида считаются одинаковыми)

№6. Сколько комбинаций можно составить из букв слова «кариатура», если гласные буквы не должны идти подряд?

Контрольная работа № 1 рассчитана на 2 академических часа.

Для оценивания результатов работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Обучающийся верно решил не менее 5 заданий.	<i>Отлично</i>
Верно решено 4 задания.	<i>Хорошо</i>
Верно решено 3 задания.	<i>Удовлетворительно</i>
Верно решено менее 3 заданий	<i>Неудовлетворительно</i>

### Контрольная работа № 2 (типовой вариант)

$$f_1 = (x \vee \bar{y}) \rightarrow (y\bar{z} \oplus x), \quad f_2 = xy \vee z, \quad f_3 = (\bar{x} \rightarrow z) \rightarrow (\bar{y} \rightarrow \bar{x}).$$

№1. Для  $f_1$  построить СДНФ, СКНФ, ПЖ двумя способами (с помощью таблицы истинности и с помощью равносильных преобразований).

№2. Определить, каким классам булевых функций принадлежит  $f_1$ , а каким не принадлежит (ответы обосновать).

№3. Проверить, является ли полной система функций  $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ . Если да, то найти ее базис.

№ 4. По подозрению в совершенном преступлении задержали Брауна, Джона и Смита. Один из них был уважаемым в городе стариком, другой был малоизвестным чиновником, третий – известным мошенником. В процессе следствия старик говорил правду, мошенник лгал, а третий задержанный в одном случае говорил правду, а в другом – ложь. Вот, что они утверждали:

**Браун:** «Я совершил это, Джон не виноват».

**Джон:** «Браун не виноват. Преступление совершил Смит».

**Смит:** «Я не виноват. Виновен Браун».

Определите имя старика, мошенника и чиновника и кто из них виноват, если известно, что преступник один.

Указание: Б – виноват Браун, Д – виноват Джон, С – виноват Смит.

Контрольная работа № 2 рассчитана на 2 академических часа.

Для оценивания результатов работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Верно решены 4 задания или допущена арифметическая ошибка в одном из заданий при верном решении остальных	<i>Отлично</i>
Верно решено 3 задания.	<i>Хорошо</i>
Верно решено 2 задания.	<i>Удовлетворительно</i>
Решение не удовлетворяет ни одному из перечисленных критериев.	<i>Неудовлетворительно</i>

### Контрольная работа № 3 (типовой вариант)

На  $R^2$  задан предикат  $P(x, y) = (|y| > 2) \rightarrow (y \geq x^2)$ .

№1. Изобразить на декартовой плоскости область истинности предиката.

№2. Рассмотреть предикаты  $\forall x P(x, y)$ ,  $\forall y P(x, y)$ ,  $\exists x P(x, y)$ ,  $\exists y P(x, y)$ .

1) определить, от каких переменных они зависят;

2) вычислить значения этих предикатов для 2-3 различных значений переменных;

3) к каким классам предикатов их можно отнести?

№3. Вычислить значения  $\forall x \exists y P(x, y)$ ,  $\forall y \exists x P(x, y)$ ,  $\exists x \forall y P(x, y)$ ,

$\exists y \forall x P(x, y)$ ,  $\forall x \forall y P(x, y)$ . Ответы объяснить.

№4. Какая функция получается из  $g(x)$  и  $h(x, y, z)$  с помощью схемы примитивной рекурсии, если  $g(x) = x$ ,  $h(x, y, z) = z^2$  ?

№ 5. Записать программу (с комментариями) машины Тьюринга в алфавите  $A = \{x, y, z, \lambda\}$ , которая в исходном слове второе вхождение «xz» заменяет на «yx»

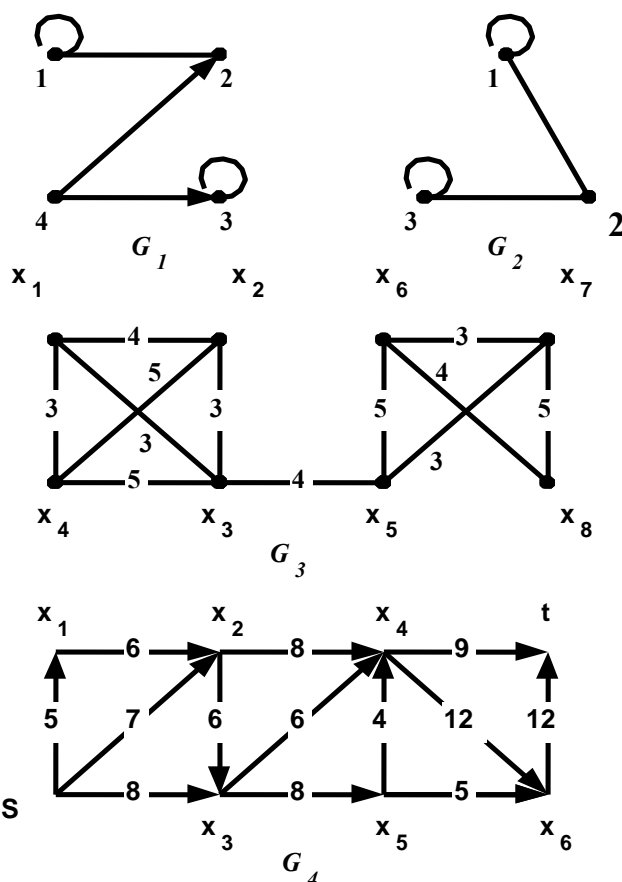
Контрольная работа № 3 рассчитана на 2 академических часа.

Для оценивания результатов работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Обучающийся верно решил не менее 4 заданий, а в одном из заданий допущена арифметическая ошибка.	<i>Отлично</i>
Верно решено 4 задания.	<i>Хорошо</i>
Верно решено 3 задания.	<i>Удовлетворительно</i>
Верно решено менее 3 заданий	<i>Неудовлетворительно</i>

## Контрольная работа № 4 (типовой вариант)



1. Даны графы  $G_1$  и  $G_2$ . Найдите  $G_1 \cup G_2$ ,  $G_1 \cap G_2$ ,  $G_1 \times G_2$ .
2. Определить хроматическое число, число внешней и внутренней устойчивости.
3. Для графа  $G_3$  определить кратчайший путь от первой до последней вершины
4. На графе  $G_4$  определить максимальный поток

Контрольная работа № 4 рассчитана на 2 академических часа.

Для оценивания результатов работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Обучающийся верно решил не менее 4 заданий, при этом в одном из заданий допущена арифметическая ошибка.	<i>Отлично</i>
Верно решено 3 задания.	<i>Хорошо</i>
Верно решено 2 задания.	<i>Удовлетворительно</i>
Верно решено менее 2 заданий	<i>Неудовлетворительно</i>

## Практико-ориентированные задания

1. Построить сетевой график.
2. Найти продолжительность выполнения комплекса работ.
3. Найти временные характеристики событий и работ.

Условие задачи.

Сделать деревянный ящик (работу выполняет один человек). Разместить доски в соответствии с размерами ящика (15 мин.), разрезать доски (12 мин.), склеить части ящика (40 мин.), прибить к крышке ящика петли (8 мин.), подождать, пока ящик высохнет, и вытереть его (15 мин.), петли с крышкой прибить к ящику (8 мин.)

Работа рассчитана на 1 академический час. Для оценивания результатов обучения используется 2-балльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Верно выполнены 2 задания.	<i>зачтено</i>
Верно выполнено менее 2 заданий.	<i>Не зачтено</i>

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине (экзамен) осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Теоретические вопросы, практические задания.

Контрольно-измерительные материалы экзамена включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические) задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом теории аналитической геометрии и линейной алгебры;
- 2) умение решать стандартные задачи аналитической геометрии и линейной алгебры;
- 3) владение навыками системного анализа проблемы и применения методов аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач в различных прикладных областях;
- 5) владение навыками использования инструментов аналитической геометрии и линейной алгебры для решения практико-ориентированных задач.

### Перечень вопросов к экзамену 1

- I. Элементы теории множеств
  1. Описание множества по Кантору. Отношение принадлежности, включения. Равенство множеств.
  2. Способы задания множеств.
  3. Операции над множествами. Круги Эйлера. Свойства операций над множествами. (Одно из них уметь доказывать).
  4. Прямое произведение множеств. Мощности прямого произведения конечных множеств.
  5. Отношения. Способы задания отношений. Примеры.
  6. Операции над отношениями.
  7. Свойства бинарных отношений. (Уметь строить отношения с заданными

свойствами).

8. Отношение эквивалентности, разбиение множества на классы. Связь между ними.

9. Отношение порядка. Частично и линейно упорядоченные множества. Диаграмма Хассе.

10. Функциональные отношения и отображения множеств. Свойства отображений. Мощность множества.

11. Булеан конечного множества. Мощность булеана.

12. Реляционная модель данных.

II. Элементы комбинаторики

1. Основные правила комбинаторики: правила суммы и правила произведения для двух и произвольного числа объектов.

2. Понятие  $r$ -выборки (упорядоченная, неупорядоченная, с повторениями и без повторений).

3. Размещение с повторениями и без повторений. Перестановки. Доказательство соответствующих формул.

4. Сочетания с повторениями и без повторений (с доказательством).

5. Перестановки с повторениями.

6. Свойства сочетаний. Бином Ньютона.

7. Формула включений и исключений.

8. Рекуррентные соотношения. Порядок соотношения. Линейные рекуррентные соотношения II порядка.

9. Свойства решений ЛРС(II) (линейная комбинация двух решений является решением).

10. Общее решение ЛРС (II). Теорема об общем решении ЛРС (II) в случае простых корней характеристического уравнения.

11. Теорема об общем решении ЛРС (II) в случае кратных корней характеристического уравнения.

12. Уравнение Фибоначчи и его решение.

III. Элементы математической логики

1. Понятие высказывания. Логические значения высказываний. Операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция, стрелка Пирса, штрих Шеффера, сложение по модулю два).

2. Пропозициональная формула. Конкретизация формулы. Теорема о логическом значении составного высказывания.

3. Классификация формул алгебры высказываний (выполнимые, тавтологии, опровержимые, тождественно ложные). Теоремы об основных тавтологиях (доказательство одной из формул каждой теоремы).

4. Понятие равносильных формул. Теоремы о необходимых и достаточных условиях равносильности 2 формул (с доказательством).

5. Основные равносильности алгебры высказываний (доказ-во одной из формул).

6. Логическое следствие формул. Теорема о необходимом и достаточном условии логического следствия. Правила логических умозаключений.

7. Булевы функции. Способы задания булевых функций. Примеры. Число булевых функций от  $n$  переменных. Равные функции.

8. Двойственные функции. Принцип двойственности.

9. Элементарная дизъюнкция. Дизъюнктивная нормальная форма. Теорема о представлении функций в виде СДНФ. Примеры.

10. Элементарная конъюнкция. Конъюнктивная нормальная форма. Теорема о представлении булевой функции в виде СКНФ. Примеры.

11. Определение замыкания. Свойства замыкания. Замкнутые классы. Классы  $T_1$  и  $T_0$ .

12. Класс  $S$  самодвойственных функций. Мощность множества  $S$ , лемма о замкнутости. Теорема о несамодвойственной функции.

13. Класс  $M$  монотонных функций. Замкнутость класса. Теорема о немонотонной функции.

14. Класс  $L$  линейных функций. Мощность класса. Замкнутость. Теорема о нелинейной функции.

15. Полная система булевых функций. Примеры. Теорема о полноте двух систем.

16. Теорема о функциональной полноте (теорема Поста).

17. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.

### Примерный перечень практических заданий-1

1. Дано множество  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Является ли отношение  $\rho = \{(x, y) \in A \times A \mid x \text{ делится на } y\}$  отношением частичного порядка? Линейного порядка? В случае положительного ответа постройте диаграмму Хассе. Постройте матрицу смежности отношения.
2. Для следующей булевой функции найдите СКНФ форму:  $f(x, y, z) = (\bar{x} \rightarrow z) \wedge y$ .  
а. Постройте таблицу истинности двойственной к  $f$  функции.
3. Даны конечные множества  $A$  и  $C$ , где  $|A| = 7$ ,  $|C| = 6$ . Найдите мощность множества  $B(A) \times B(C)$ , где  $B(A), B(C)$  - булеаны соответствующих множеств.  
а. Постройте  $B(A) \times B(C)$ , если  $A = \{1, 2\}, C = \{*, \oplus\}$ .
4. Найти решение линейного рекуррентного соотношения второго порядка:  $f(n+2) = 4f(n+1) - 3f(n)$ , где  $f(1) = 2, f(2) = 3$ .
5. Приведите пример формулы, содержащей не менее трех переменных и трех логических связок. Приведите ее любую конкретизацию. Постройте таблицу истинности для формулы. Определите логическое значение конкретизации.

КИМ включает в себя 2 теоретических вопроса и 2 практических задания. Один из вопросов содержит теорему с доказательством

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня	<i>Отлично</i>
владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня	<i>Хорошо</i>
удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач	<i>Удовлетворительно</i>
неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач	<i>Неудовлетворительно</i>

В случае спорных оценок оценка округляется в большую сторону, если средний балл по контрольным работам выше спорной оценки и в меньшую, если ниже.



## Перечень вопросов к экзамену 2

### Логика предикатов

1. Понятие предиката. Классификация предикатов.
2. Понятие кванторов общности и существования для одноместного предиката. Свойства операций взятия кванторов одноместных предикатов.
3. Кванторы n-местных предикатов.
4. Формулы логики предикатов (определение, примеры, замкнутые, открытые формулы, тавтологии, выполняемая, тождественно истинная (ложная) формула).
5. Равносильные формулы. Основные равносильности формул логики предикатов.
6. Приведенная форма для формул логики предикатов. Теорема о существовании приведенной формы.
7. Предваренная нормальная форма. Теорема о существовании предваренной нормальной формы.

### Элементы теории алгоритмов

1. Машина Тьюринга. Понятие, принцип работы, примеры.
2. Вычислимые по Тьюрингу функции. Вычислимость по Тьюрингу ноль-функции, следования, проектирования (выбора переменных).
3. Композиция машин Тьюринга.
4. Рекурсивные функции. Операторы построения рекурсивных функций (суперпозиция, примитивная рекурсия, взятия  $\mu$ -оператора). Примитивно, частично и обще-рекурсивные функции. Теорема о равносильности классов вычислимых по Тьюрингу и частично рекурсивных функций (без док-ва).
5. Алгоритмически неразрешимые проблемы.

### Элементы теории графов

1. Основные понятия и определения.
2. Способы задания графов.
3. Подграфы. Операции над графами.
4. Понятие взвешенного графа. Примеры.
5. Понятие маршрута, цепи, цикла.
6. Компонента связности. Связный граф.
7. Метрические характеристики графа.
8. Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры (общий смысл)
9. Хроматическое число графа. Необходимые и достаточные условия бихроматичности.
10. Числа внутренней и внешней устойчивости. Ядро графа.
11. Транспортная сеть. Задача о максимальном потоке. Разрез, минимальный разрез. Теорема о связи максимального потока и минимального разреза (Форда-Фалкерсона).

### Примерный перечень практических заданий-2

1. Из следующих предикатов с помощью кванторов постройте всевозможные высказывания и определите, какие из них истинны, а какие ложны ( $x \in \mathbb{R}$ ):

1)  $x^2 = y^2 \rightarrow x = y$ ;

2)  $x^2 + y^2 = 16$ .

2. Найти множества истинности следующих предикатов, заданных над указанными множествами:

1)  $x_1^2 + x_2^2 = 0$ ,  $M_1 = M_2 = \mathbb{R}$ ;

2)  $|x_1| + x_2 > 12$ ,  $M_1 = \{-2, 4, 8\}$ ;  $M_2 = \{0, 7, 9, 11\}$ .

3. Каким условиям удовлетворяют множества истинности одноместных предикатов  $P(x)$  и  $Q(x)$ , заданных на множестве  $M$ , если:

- 1) конъюнкция их тождественно истинна;
- 2) конъюнкция их тождественно ложна;
- 3) конъюнкция превращается в истинное высказывание при подстановке любого из элементов множества  $E_P$  истинности предиката  $P(x)$  и только таких элементов.

4. Каким условиям удовлетворяют множества истинности одноместных предикатов  $P(x)$  и  $Q(x)$ , заданных на множестве  $M$ , если:

- 1) дизъюнкция их тождественно истинна;
- 2) дизъюнкция их тождественно ложна;
- 3) дизъюнкция превращается в ложное высказывание при подстановке любого из элементов множества  $E_P$  истинности предиката  $P(x)$  и только таких элементов.

5. Реализовать на машине Тьюринга алгоритм вычисления функции  $\varphi(n) = n + 4$ .

6. Реализовать на машине Тьюринга алгоритм вычисления функции .

7. Построить машину Тьюринга для вычисления функции

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x = 0, \\ 1, & \text{если } x \neq 0. \end{cases}$$

КИМ включает в себя 2 теоретических вопроса и 2 практических задания. Один из вопросов содержит теорему с доказательством

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
отличное владение теорией и решение задач не ниже хорошего уровня; или отличное решение задач и владение теорией не ниже хорошего уровня	<i>Отлично</i>
владение теорией не ниже хорошего уровня и решение задач не ниже удовлетворительного уровня; или владение теорией не ниже удовлетворительного уровня и решение задач не ниже хорошего уровня	<i>Хорошо</i>
удовлетворительное владение теорией и удовлетворительное решение задач	<i>Удовлетворительно</i>
неудовлетворительное владение теорией; или неудовлетворительное решение задач	<i>Неудовлетворительно</i>

В случае спорных оценок оценка округляется в большую сторону, если средний балл по контрольным работам выше спорной оценки и в меньшую, если ниже.